

2018年天津河东区文科高三一模数学试卷

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

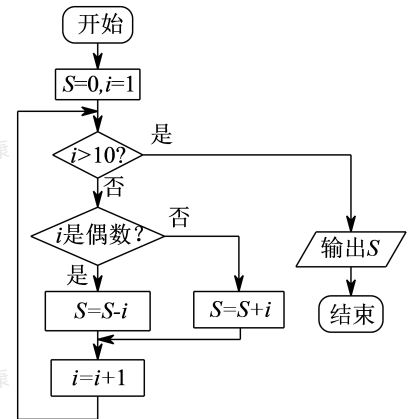
1. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $N = \{x \in \mathbf{R} | 2 \leq x \leq 6\}$, 那么下列结论正确的是 () .

- A. $M \cap N = M$ B. $M \cap N \supsetneq N$ C. $M \cap N = N$ D. $M \cap N \subsetneq M$

2. $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = \sqrt{13}$, $AC = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 () .

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$

3. 阅读如图的程序框图, 并判断运行结果为 () .



- A. 55 B. 5 C. -5 D. -55

4. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ” 是 “ $x^2 + y^2 \geq 4$ ” 的 () .

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 设双曲线的焦点在 x 轴上, 两条渐近线为 $y = \pm \frac{1}{3}x$, 则该双曲线的离心率 $e =$ () .

- A. 10 B. $\sqrt{10}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

6. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_{2014} > 0$, $S_{2015} < 0$, 对任意正整数 n , 都有 $|a_n| \geq |a_k|$, 则 k 的值为 () .

- A. 1006 B. 1007 C. 1008 D. 1009

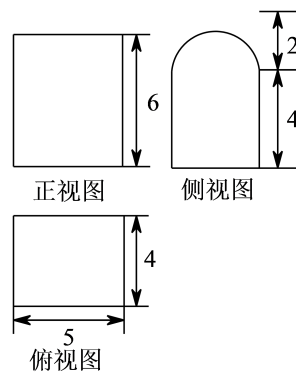
7. 设 P 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的任意一点, Q 为 AP 的中点, 若 $\overrightarrow{AQ} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu =$ () .

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

8. 设正实数 a, b, c 满足 $a^2 - 3ab + 4b^2 - c = 0$, 则当 $\frac{ab}{c}$ 取得最大值时, $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{c}$ 最大值为 ().
- A. 0 B. 1 C. $\frac{9}{4}$ D. 3

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题5分, 共30分)

9. 在复平面内, 复数 $\frac{1+i}{i}$ 对应的点位于第 _____ 象限.
10. 若过曲线 $f(x) = x \ln x$ 上的点 P 的切线的斜率为 2, 则点 P 的坐标是 _____.
11. 某几何体的三视图如图 (其中侧视图中的圆弧是半圆), 则该几何体的表面积为 _____.



12. 已知 $A(0, \sqrt{3})$, $B(1, 0)$, 点 P 为圆 $x^2 + y^2 + 2x = 0$ 上的任意一点, 则 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 _____.
13. 已知关于 x 的不等式 $x^2 - ax + 2a > 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.
14. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) =$ _____.

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15. 某餐厅装修，需要大块胶合板20张，小块胶合板50张，已知市场出售A、B两种不同规格的胶合板．经过测算，A种规格的胶合板可同时截得大块胶合板2张，小块胶合板6张，B种规格的胶合板可同时截得大块合板1张，小块胶合板2张．已知A种规格胶合板每张200元，B种胶合板每张72元．分别用 x ， y 表示购买A、B两种不同规格的胶合板的张数．

（1）用 x ， y 列出满足条件的数学关系式，并画出相应的平面区域．

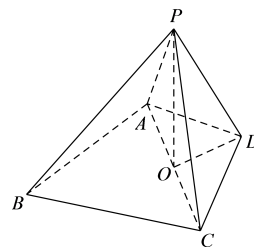
（2）根据施工要求，A、B两种不同规格的胶合板各买多少张花费资金最少？并求出最少资金数．

16. 已知函数 $f(x) = \sin^4 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^4 x$ ．

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期和最小值．

（2）讨论 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间．

17. 如图四棱锥 $P-ABCD$, 三角形 ABC 为正三角形, 边长为2, $AD \perp DC$, $AD = 1$, PO 垂直于平面 $ABCD$ 于 O , O 为 AC 的中点.



- (1) 证明 $PA \perp BO$.
- (2) 证明 $DO \parallel$ 平面 PAB .
- (3) 若 $PD = \sqrt{6}$, 求直线 PD 与平面 PAC 所成角的正切值.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 a_n 是 S_n 与2的等差中项, 数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = 1$, 点 $P(b_n, b_{n+1})$ 在直线 $x - y + 2 = 0$ 上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式 a_n 和 b_n .

(2) 设 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 已知点 $(0, -1)$ 是中心在原点，长轴在 x 轴上的椭圆 C 的一个顶点，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，椭圆的左右焦点分别为 F_1 和 F_2 。

(1) 求椭圆 C 的方程。

(2) 设点 M 是线段 OF_2 上的一点，过点 F_2 与 x 轴不垂直的直线 l 交椭圆 C 于 P 、 Q 两点，若 $\triangle MPQ$ 是以 M 为顶点的等腰三角形，求点 M 到直线 l 距离的取值范围。

20. 已知函数 $f(x) = mx^3 - 3x^2 + 1 - \frac{3}{m}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若曲线 $y = f(x)$ 上两点 A 、 B 处的切线都与 y 轴垂直, 且线段 AB 与 x 轴有公共点, 求实数 m 的取值范围.